

DOI: 10.7652/xjtuxb201509021

采用高阶终端滑模观测器的执行器未知故障重构

刘聪, 李颖晖, 刘勇智, 王海涛, 吴辰
(空军工程大学航空航天工程学院, 710038, 西安)

摘要: 针对常规滑模观测器抖振现象易造成故障误判和漏判的不足, 考虑实际系统故障信息未知的情形, 提出了一种含自适应律修正的高阶终端滑模观测器执行器鲁棒故障重构方法。首先引入线性变换矩阵实现系统降维, 确保状态估计不受干扰和故障的影响, 并将观测器增益矩阵设计方法转化为线性矩阵不等式约束下的凸优化问题; 其次考虑故障变化率上界未知的情形, 在高阶非奇异终端滑模控制输入中添加了自适应律, 确保滑模运动不受未知信息故障的影响, 在有限时间内到达滑模面以实现鲁棒性, 在此基础上给出了执行器故障重构的计算方法; 最后以某飞控系统为例开展了仿真研究, 结果表明所提方法能有效减小抖振, 快速估计系统状态, 自适应律在 3 s 内可以实现对未知故障的自适应调节, 确保准确实现执行器未知故障重构。

关键词: 抖振; 自适应律; 故障重构; 高阶终端滑模; 线性矩阵不等式

中图分类号: TM74 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2015)09-0126-08

Unknown Actuator Fault Reconstruction Based on the High Order Terminal Sliding Mode Observer

LIU Cong, LI Yinghui, LIU Yongzhi, WANG Haitao, WU Chen

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: This paper proposes a design method of high-order terminal observer with adaptive laws for the unknown actuator fault reconstruction, which can reduce the false faults caused by the chattering effect of ordinary sliding mode observer. First, a linear transforming matrix is introduced to reduce the dimension of system, which makes the state estimation avoid the effects of disturbances and faults, meanwhile the calculating scheme of observer gains is put forward and transformed into a convex optimization under the constraints of linear matrix inequalities. Then considering the unknown information of actuator faults, an adaptive law is added to the high-order terminal sliding mode input, making the sliding mode motion conquer the unknown faults and finish its motion within the limited time, and hence realize its robustness. Finally a simulation on a nonlinear flight control example shows the feasibility and effectiveness of the proposed method, and demonstrates that the adaptive algorithm can be adjusted with the unknown actuator faults within 3 seconds.

Keywords: chattering; adaptive law; fault reconstruction; high-order terminal sliding mode; linear matrix inequality(LMI)

故障检测与隔离技术(FDI)一直是控制领域的重要分支,受到人们的广泛关注。基于观测器的鲁棒故障重构(FR)技术,能根据被故障影响的过程变量测量值估计出故障信号,在故障诊断领域中得到了广泛应用,常见的方法有基于滑模观测器、基于未知输入观测器和基于自适应观测器的故障重构方法^[1]。滑模观测器以其鲁棒性及对未知输入的强跟踪能力,在故障重构领域引起了国内外专家学者的广泛关注^[2-6],由于滑模高频控制输入的切换引起抖振,易造成故障的误判和漏判,且实际应用中一般均受建模误差、非线性、干扰及故障信息未知等因素的影响,基于滑模观测器的故障重构技术,依然是故障诊断领域研究的一个难点问题。

高阶滑模将高频切换控制添加到滑模变量的高阶导数上,能有效减小抖振,在故障诊断观测器设计中得到了广泛应用^[7-11]。文献[9]应用二阶滑模观测器实现线性时变系统的故障重构,且噪声对估计影响小,故障重构效果较好;文献[10]采用高阶滑模微分器解除了系统相对阶条件的限制,实现了线性系统的执行器故障诊断,但结论很难推广到非线性系统;Halim等提出设计自适应超螺旋滑模微分器实现执行器摆动故障重构,引入自适应律实时更新滑模增益消除了噪声及故障对滑模运动发生的干扰^[11],但要求故障变化率上界已知,而实际系统发生微小故障时,故障的变化率根本无法预知,这也在一定程度上限制了这一方法的推广使用。非奇异终端滑模观测器能使系统状态在有限时间内收敛,有助于提高观测器的收敛速度和跟踪精度,这一点在文献[12]的研究成果中已经得到验证。有关两种滑模结合的控制设计方法,研究成果已层出不穷^[13-14],但在故障诊断领域却鲜有报道,且微小故障诊断的精确、快速和实时性的要求对采用滑模观测器的故障重构技术提出了严峻考验。本文综合高阶和非奇异终端滑模观测器的设计方法,考虑实际系统存在变化率上界未知执行器故障及干扰等特性,开展快速有效的执行器故障鲁棒重构研究。

1 问题描述

考虑一类包含执行器故障的多输入多输出不确定非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + g(x, u) + Ef(t) + F\xi(t) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x \in R^n$ 、 $u \in R^m$ 、 $y \in R^p$ 分别为系统状态、系统控制输入、系统的可测输出; $A \in R^{n \times n}$ 、 $C \in R^{p \times n}$ 、

$E \in R^{n \times q}$ 、 $F \in R^{n \times l}$, 且 $n > p \geq q, l$; $g(x, u)$ 为 Lipschitz 非线性项, 满足 $\|g(x_a, u) - g(x_b, u)\| \leq \phi_g \|x_a - x_b\|$; $f(t)$ 为执行器故障向量; $\xi(t)$ 为未知扰动等不确定向量。

假设 1^[15] 定义矩阵 $D = [FE]$, 系统 (A, C, D) 是最小相位的, 即系统 (A, C, D) 的不变零点均在左半开复平面内, 或若 $\text{rank} D = q + l$, 则 $\text{rank} \begin{bmatrix} sI - A & D \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q + l$ 。

假设 2 系统状态 x 及 $\dot{x}$ 均有界, 故障 $f(t)$ 有界且 $|\dot{f}(t)| \leq \delta$, δ 未知; $\xi(t)$ 有界且 $|\dot{\xi}(t)| \leq \mu$, μ 已知。

假设 3^[15] 系统(1)匹配条件满足即 $\text{rank}(CD) = \text{rank}(D)$ 。

为了便于后文的证明, 给出以下引理 1。

引理 1^[16] 设 $\Omega \subset R^n$ 是包含原点的定义域, 假设存在一个连续可微的正定函数 $L(t, x)$, 对于 $(t, x) \in [0, \infty) \times \Omega$ 满足 $W_1(x) \leq L(t, x) \leq W_2(x)$, $\dot{L}(t, x) \leq -\mu W_3(x) + \varphi$, 其中 φ 为正实数, $\forall t \geq 0, \forall x \in \Omega$, $W_1(x)$ 、 $W_2(x)$ 、 $W_3(x)$ 都是 Ω 上的连续正定函数, 且存在大于 0 的常数 c , 使得 $\Xi = \{W_1(x) \leq c, W_2(x) < c\}$ 是 D 的一个紧子集, 则函数 $L(t, x)$ 将在有限时间内收敛到有界紧集内。

2 滑模观测器设计

对于系统(1), 此时存在着线性变换矩阵 T_0 ,

$$T_0 x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \text{使得系统(1)可转化为} \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_2 x_2 + g_1 \\ \dot{x}_2 = A_3 x_1 + A_4 x_2 + g_2 + E_2 f(t) + F_2 \xi(t) \\ y = x_2 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $A_1 \in R^{(n-p) \times (n-p)}$ 、 $A_2 \in R^{(n-p) \times p}$ 、 $A_3 \in R^{p \times (n-p)}$ 、 $A_4 \in R^{p \times p}$; $T_0 g(x, u) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}$ 。现给出变换矩阵 T_0 的设计方法及证明。

由文献[17]的结论可知, 对于由式(1)描述的非线性系统, 有以下方程成立, 即

$$\begin{cases} (A - XC)^T R + R(A - XC) = -Q \\ E^T R = G_1 C \\ F^T R = G_2 C \end{cases} \quad (3)$$

设 $R = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_2^T & R_3 \end{bmatrix}$, 选取一级变换 $T_0 = \begin{bmatrix} C_\perp^T R \\ C \end{bmatrix}$,

其中 $C_\perp$ 为 C 的正交补矩阵, 设 $T_0 x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, 此时有

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= T_0 A T_0^{-1} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + T_0 g(x) + \\ &\quad T_0 E f(t) + T_0 F \xi(t) \\ y &= C T_0^{-1} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{设 } \bar{A} &= T_0 A T_0^{-1} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, T_0 g(x) = \\ \begin{bmatrix} C_1^T R g(x) \\ C g(x) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}, T_0 E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ CE \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_2 \end{bmatrix}, \\ T_0 F &= \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^T R F \\ CF \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ CF \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix}, C T_0^{-1} = \\ [0 \quad I_{n-q}] &, \text{于是经 } T_0 \text{ 变换后,原系统变换为} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} 0 \\ E_2 \end{bmatrix} f(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix} \xi(t) \\ y &= [0 \quad I_p] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这样在线性变换矩阵 T_0 的作用下,式(1)所述的系统便能变换为式(2)所述的系统。

对于变换后的系统(2),选取线性变换矩阵

$$T_1 = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix}, L \text{ 为待设计矩阵,参照文献[18],}$$

$$\text{其设计方法为 } L = [L_1 \quad 0]。 \text{ 设 } z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = T_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},$$

此时系统(2)可变换为

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1 &= (A_1 + LA_3)z_1 + (A_2 + LA_4 - \\ &\quad (A_1 + LA_3)L)z_2 + g_1(z) + Lg_2(z) \\ \dot{z}_2 &= A_3 z_1 + (A_4 - A_3 L)z_2 + g_2(z) + \\ &\quad E_2 f(t) + F_2 \xi(t) \\ y &= z_2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

针对式(6)所述系统,设计滑模观测器,即

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= (A_1 + LA_3)\hat{z}_1 + (A_2 + LA_4 - \\ &\quad (A_1 + LA_3)L)y + g_1(\hat{z}) + Lg_2(\hat{z}) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= A_3 \hat{z}_1 + (A_4 - A_3 L)\hat{z}_2 + g_2(\hat{z}) + \\ &\quad K(y - \hat{y}) + v(t) \\ \hat{y} &= \hat{z}_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

min γ

$$\text{s. t. } \left\{ \begin{aligned} &\begin{bmatrix} PA_1 + A_1^T P + YA_3 + A_3^T Y^T + aP + \epsilon \frac{1}{\gamma} & P & Y \\ & P & 0 \\ & Y^T & -\epsilon I_p \end{bmatrix} < 0 \\ &P > 0, \epsilon > 0, \gamma > 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中:上标“ $\wedge$ ”代表相应量所对应的观测值; K 为选取的增益矩阵,以使系数矩阵 $(A_4 - A_3 L) + K$ 为 Hurwitz 矩阵; $v(t)$ 为待设计的高阶滑模控制输入。定义 $e_1 = z_1 - \hat{z}_1, e_y = y - \hat{y}$,由式(6)、式(7)可得系统的误差方程,即

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1 &= (A_1 + LA_3)e_1 + (g_1(z) - g_1(\hat{z})) + \\ &\quad L(g_2(z) - g_2(\hat{z})) \\ \dot{e}_y &= A_3 e_1 + (A_4 - A_3 L - K)e_y + (g_2(z) - \\ &\quad g_2(\hat{z})) + E_2 f(t) + F_2 \xi(t) - v(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由输出误差微分方程的表达式,令 $e_y = \zeta$, $\Pi(e_1, e_y, t) = A_3 e_1 + (A_4 - A_3 L - K)e_y + (g_2(z) - g_2(\hat{z})) + E_2 f(t) + F_2 \xi(t)$, $\omega(t) = -v(t)$,则有

$$\dot{\zeta} = \Pi(e_1, \zeta, t) + \omega(t) \quad (9)$$

$$\dot{\Pi}(e_1, \zeta, t) = A_3 \dot{e}_1 + (A_4 - A_3 L - K)\dot{\zeta} + (g_2(z) - g_2(\hat{z})) + E_2 \dot{f}(t) + F_2 \dot{\xi}(t) \quad (10)$$

定义非奇异终端滑模面为

$$s = \zeta + \beta \zeta^{\lambda/\sigma} \quad (11)$$

式中: β, λ, σ 为设计参数,且 λ, σ 为正奇数,满足 $1 < \frac{\lambda}{\sigma} < 2, \beta > 0$ 。设计自适应高阶非奇异终端滑模观测器的控制输入为

$$\omega(t) = \omega_1(t) + \omega_2(t) \quad (12)$$

$$\omega_1(t) = -k_0 \zeta \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \omega_2(t) &= -(k_{10} + k_{10}(t))\text{sgn}(s) - k_2 s - \\ &\quad \frac{1}{\beta} \frac{\sigma}{\lambda} \dot{\zeta}^{2-\lambda/\sigma} \end{aligned} \quad (14)$$

式中: k_0, k_{10}, k_2 为待设计参数。

$$\dot{k}_{10}(t) = \beta \cdot \frac{\lambda}{\sigma} \cdot \dot{\zeta}^{\lambda/\sigma-1} \|E_2\| \|s\| \quad (15)$$

为设计的自适应律。

为使本文设计的滑模观测器状态估计误差收敛有界,提出定理1。

定理1 对于系统(6)设计观测器(7),对于给定的 α ,存在着对称正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ 、 $Y \in \mathbf{R}^{(n-p) \times p}$ 及可行的 ϵ ,使得最小凸优化问题

有解,则观测器状态估计误差 $\mathbf{e}_1$ 最终有界稳定,且增益矩阵 $\mathbf{L}=\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Y}$,最大化非线性 lipschitz 常数 $\psi_g^2 = \frac{1}{\gamma}, \psi_g = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}$ 。

注1:定理1的详细证明过程与文献[18]类似,将文献[18]中的参数矩阵 $\mathbf{C}_2$ 变换为 $\mathbf{I}_p$,推导便有定理1的结论,本文不再证明。另外,因为 $\mathbf{e}_1$ 有界稳定,则 $\dot{\mathbf{e}}_1$ 也必有界稳定,设 $|\dot{\mathbf{e}}_1| \leq \theta$ 。

若定理1所述的优化问题有解,表明本文设计的观测器状态估计误差收敛,同时为确保滑模运动能克服干扰及变化率上界未知故障等因素的影响能及时到达滑模面,提出了定理2。

定理2 对于式(8),选取式(11)所示的非奇异终端滑模面,并设计式(12)~(15)所示的观测器滑模控制输入,若满足 $\mathbf{k}_0=\mathbf{A}_4-\mathbf{A}_3\mathbf{L}-\mathbf{K}, k_{10}>(\|\mathbf{A}_3\|+\psi_g)\theta+\|\mathbf{F}_2\|\mu, k_2>0$,且定理1所述的LMI优化问题有解,则当系统发生变化率上界未知的故障时,观测器输出估计误差系统能在有限时间内收敛到0,滑模运动经有限时间收敛到滑模面 $\{\mathbf{s}=\mathbf{0} \mid \mathbf{s}=\boldsymbol{\zeta}+\beta\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma}\}$ 。

证明 定义 Lyapunov 函数 $\mathbf{V}=\frac{1}{2}\mathbf{s}^T\mathbf{s}+\frac{1}{2}\|\mathbf{E}_2\|^2$,其中 $\bar{\delta}=\delta-\frac{k_{10}(t)}{\|\mathbf{E}_2\|}$,此时有 $\mathbf{V}(t)>0$,对李氏函数求导,并将式(11)代入可得

$$\dot{\mathbf{V}}=\mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}}+\|\mathbf{E}_2\|\bar{\delta}\dot{\bar{\delta}}=\mathbf{s}^T\beta\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{2-\lambda/\sigma}+\dot{\boldsymbol{\xi}}\right)-\left(\delta-\frac{k_{10}(t)}{\|\mathbf{E}_2\|}\right)\beta\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}\|\mathbf{s}\|\|\mathbf{E}_2\| \quad (17)$$

将式(10)、式(12)~(15)代入式(17),有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}= & -\beta\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}\mathbf{s}^T(-\mathbf{A}_3\dot{\mathbf{e}}_1-(\mathbf{A}_4-\mathbf{A}_3\mathbf{L}-\mathbf{K})\boldsymbol{\xi}- \\ & (\mathbf{g}_2(\dot{\mathbf{z}})-\mathbf{g}_2(\dot{\hat{\mathbf{z}}}))-\mathbf{E}_2\dot{\mathbf{f}}(t)-\mathbf{F}_2\dot{\boldsymbol{\xi}}(t)+k_0\boldsymbol{\xi}+(k_{10}+ \\ & k_{10}(t))\text{sgn}(\mathbf{s})+k_2\mathbf{s})-\left(\delta-\frac{k_{10}(t)}{\|\mathbf{E}_2\|}\right)\beta\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}\cdot \\ & \|\mathbf{s}\|\|\mathbf{E}_2\|\leq -\beta\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}\mathbf{s}[-\mathbf{A}_3\dot{\mathbf{e}}_1-(\mathbf{A}_4- \\ & \mathbf{A}_3\mathbf{L}-\mathbf{K})\boldsymbol{\xi}-(\mathbf{g}_2(\dot{\mathbf{z}})-\mathbf{g}_2(\dot{\hat{\mathbf{z}}}))-\mathbf{F}_2\dot{\boldsymbol{\xi}}(t)+k_0\boldsymbol{\xi}+ \\ & k_{10}\text{sgn}(\mathbf{s})+k_2\mathbf{s}] \quad (18) \end{aligned}$$

由式(18)可以看出,由于 $1<\frac{\lambda}{\sigma}<2, \lambda, \sigma$ 为正奇数, $\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}\geq 0$ 恒成立,故当 $\mathbf{k}_0=\mathbf{A}_4-\mathbf{A}_3\mathbf{L}-\mathbf{K}, k_{10}>(\|\mathbf{A}_3\|+\psi_g)\theta+\|\mathbf{F}_2\|\mu$,且 $k_2>0$ 时,令 $\alpha=k_2\beta\cdot\frac{\lambda}{\sigma}\boldsymbol{\xi}^{\lambda/\sigma-1}>0$,此时有

$$\dot{\mathbf{V}}<-\alpha\|\mathbf{s}\|^2=-2\alpha\mathbf{V}+\alpha\|\mathbf{E}_2\|\bar{\delta}^2<0 \quad (19)$$

$$\text{令 } \alpha_1=2\alpha>0, \frac{1}{2}\alpha_1\|\mathbf{E}_2\|\bar{\delta}^2=\alpha_2 \text{ 于是有} \quad (20)$$

$$\dot{\mathbf{V}}<-\alpha_1\mathbf{V}+\alpha_2$$

由李氏函数可知, $\mathbf{V}>\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\frac{1}{2}\|\mathbf{E}_2\|\bar{\delta}^2=\mathbf{V}_1$,由式(20)可得

$$\mathbf{V}(t)\leq[\mathbf{V}(0)-\frac{\alpha_2}{\alpha_1}]e^{-\alpha_1 t}+\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\mathbf{V}_2 \quad (21)$$

定义紧集 $\Xi_1=\{\mathbf{V}_1(s)\leq b, \mathbf{V}_2(s)<b\}, \vartheta>0$ 是紧集 Ξ_1 上 $\mathbf{V}$ 的极小值,即 $\vartheta=\min_{s\in\Xi_1}\mathbf{V}>0$,则 $\forall s\in\Xi_1$,且 $\forall \alpha_2\leq\alpha_1\vartheta/2$,式(20)可表示为

$$\dot{\mathbf{V}}\leq-\frac{\alpha_1\mathbf{V}}{2}-\frac{\alpha_1\vartheta}{2}+\alpha_2\leq-\frac{\alpha_1\mathbf{V}}{2}\leq-\frac{\alpha_1\vartheta}{2} \quad (22)$$

由李氏函数 $\mathbf{V}$ 的定义可知,对于某个正常数 $a=\inf_{s\in\Xi_1}\{\mathbf{V}_1(s)<b\}$,存在紧集 $\Theta=\{a\leq\mathbf{V}\leq b\}$,则由式(22)可知集合 $\Omega_a=\{\mathbf{V}\leq a\}$ 和 $\Omega_b=\{\mathbf{V}\leq b\}$ 是两个正不变集,由于 $\dot{\mathbf{V}}$ 为负,则始于 Ξ_1 内的轨线一定沿 $\mathbf{V}$ 减小的方向运动。

由式(22)可知

$$\mathbf{V}(t,x)\leq\mathbf{V}(t,x_0)-\frac{\alpha_1\vartheta(t-t_0)}{2}\leq b-\frac{\alpha_1\vartheta(t-t_0)}{2} \quad (23)$$

根据式(23)和引理1可知, $\mathbf{V}(t,x)$ 将在时间区间 $[t_0, t_0+2(b-a)/(\alpha_1\vartheta)]$ 内收敛到紧集 $\Omega_a=\{\mathbf{V}\leq \mathbf{V}_1=\frac{1}{2}\|\mathbf{E}_2\|\bar{\delta}^2\}$ 内,也即 $\frac{1}{2}\mathbf{s}^T\mathbf{s}=\mathbf{0}, \mathbf{s}=\mathbf{0}$,于是有滑模运动经过有限时间 $T=2(b-a)/(\alpha_1\vartheta)$ 到达滑模面。定理2得证。

从定理1、2的证明过程看出,本文设计的自适应高阶非奇异终端滑模观测器能克服变化率未知的快变或慢变故障和干扰的不利影响,通过设计合适的增益参数,能够实现滑模运动的可达性和快速性,从而确保了鲁棒性。另外,由定理的证明过程可知,用于故障变化率上界未知执行器鲁棒故障重构的自适应高阶非奇异终端滑模观测器的设计步骤如下:

步骤1 检查系统(1)是否满足假设条件,若满足,继续下一步,若不满足,终止;

步骤2 选取合适的 $\mathbf{T}_0$,将系统(1)转化为式(2)的形式;

步骤3 根据式(13)求解 $\gamma, \mathbf{P}$ 及 $\mathbf{L}$,并选取满足要求的 $\mathbf{K}$;

步骤4 根据定理2设计自适应高阶非奇异终端滑模观测器控制律的增益。

3 故障重构

在设计观测器的基础上,采用等效控制输出误

差注入原理维持滑模运动,实现故障重构。当滑模运动到达时 $\zeta = \dot{\zeta} = 0$, 于是误差方程变为

$$\mathbf{A}_3 \mathbf{e}_1 + (\mathbf{g}_2(\mathbf{z}) - \mathbf{g}_2(\hat{\mathbf{z}})) + \mathbf{E}_2 \mathbf{f}(t) + \mathbf{F}_2 \dot{\xi}(t) - \mathbf{v}(t) = 0 \quad (24)$$

若当 $\text{Im}(\mathbf{E}_2) \cap \text{Im}(\mathbf{F}_2) = \{0\}$, 此时存在矩阵 $\mathbf{W}$, 使得 $\mathbf{W}[\mathbf{E}_2 \quad \mathbf{F}_2] = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix}$, 由于 $\|\mathbf{e}_1\|$ 有界稳定, 于是有

$$\mathbf{W}[\mathbf{E}_2 \quad \mathbf{F}_2] \begin{bmatrix} f(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \approx -\mathbf{W}\omega(t) \quad (25)$$

此时选取 $\mathbf{W}_1$ 为 $\mathbf{W}$ 的前 q 行, 这样便得到

$$\hat{f}(t) \approx \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{W}_1 \omega(t) \quad (26)$$

4 算例分析

为验证本文设计的自适应高阶非奇异终端滑模观测器用于执行器鲁棒故障重构的有效性, 以飞控系统为例做仿真分析, 系统参数矩阵为^[19]

$\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} -0.0318 & 0.0831 & -0.0008 & -0.0367 \\ -0.0716 & -1.485 & 0.9848 & 0 \\ -0.2797 & -5.6725 & -1.0253 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.0275 \\ 10 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}(x_p, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0.012 & -0.0071 \\ -0.3058 & -0.0233 \\ -22.4293 & 7.8777 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{F_e \sin x_{p2}}{M(1+x_{p1})} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0.012 & -0.0071 \\ -0.3058 & -0.0233 \\ -22.4293 & 7.8777 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

选取线性变换

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} 27.1886 & -0.6057 & 0.0228 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{此时有}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0.9978 & 26.3018 & 2.4251 & 0.3811 \\ -0.0367 & 0.9660 & 0.0609 & 0 \\ 0 & -0.0716 & -1.485 & 0.9848 \\ 0 & -0.2797 & -5.6725 & -1.0253 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_1(x, \mathbf{u}) \\ \mathbf{g}_2(x, \mathbf{u}) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -0.6057 \frac{F_e \sin x_3}{M(1+x_2)} \\ 0.012u_1 - 0.0071u_2 \\ -0.3058u_1 - 0.0223u_2 + \frac{F_e \sin x_3}{M(1+x_2)} \\ -22.4293u_1 + 7.8777u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.012 & -0.0071 \\ -0.3058 & -0.0223 \\ -22.4293 & 7.8777 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.0275 \\ 10 \end{bmatrix}$$

选取 $\alpha = 0.5$, 由定理 1 通过 LMI 工具箱求解, 可以得到各优化值、观测器的增益矩阵为 $\mathbf{P} = 0.4654$, $\mathbf{L} = [0.0393 \quad 0 \quad 0]$, $\gamma = 1.0323$, 选取增益矩阵

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 5.9674 & 0.0609 & 0 \\ -0.0716 & 2.515 & 0.9848 \\ -0.2797 & -5.6725 & 3.9747 \end{bmatrix}, \text{系统控制}$$

输入为

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0.1 & 12.0862 & 2.6928 & -0.0022 \\ 0.3207 & 35.1318 & 6.9084 & -0.0062 \end{bmatrix} x,$$

干扰为 $\xi(t) = 0.5 \sin(0.5x_2 + 3)$, 设计非奇异终端滑模参数为: $\lambda = 5, \sigma = 3, \beta = 0.01$, 此时依据定理 2 建立自适应二阶非奇异终端滑模观测器, 可以得到观测器的状态跟踪误差, 如图 1 所示。

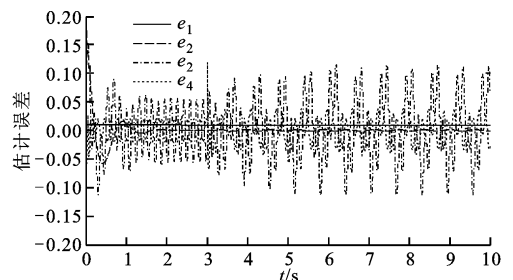


图1 观测器的状态估计误差

从图 1 的状态误差曲线可以看出,本文所设计的观测器可以使得状态估计误差稳定有界,能够使得设计的观测器能近似跟踪上系统状态。为验证本文所提高阶滑模在减小抖振的优越性,将本文设计的高阶滑模观测器与一阶滑模观测器的第 3 个状态分量控制输入进行对比,结果如图 2、3 所示。

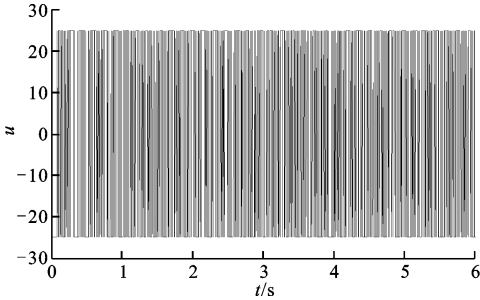


图 2 一阶滑模观测器的控制输入

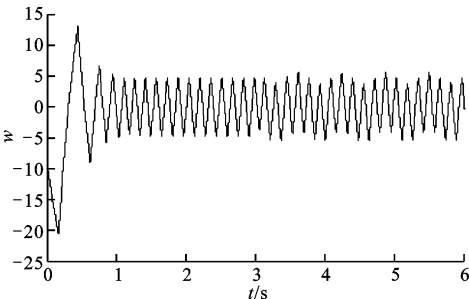


图 3 本文设计的滑模控制输入

从图 2、3 的结果可看出,一阶滑模观测器的控制输入为幅值为 25 的符号函数输入,而本文设计的高阶滑模控制输入则可明显减少切换频率,且幅值明显减小,这也验证了本文方法的有效性。图 4 为高阶滑模控制输入中自适应律的变化曲线,从图中可以看出,自适应律在 3 s 内便可实现对未知输入的自适应调节,说明滑模运动经过不足 3 s 的时间便能快速到达滑模面。同时,为验证本文方法针对变化率未知执行器故障重构的有效性,仿真时采用滑模运动到达后注入故障的方法,以减少滑模运动过程给故障重构造成的误差,检验故障重构的效果。设置执行器 1 故障发生的时刻为 3 s,执行器 2 故障的发生的时刻为 4 s,分别采用一阶滑模观测器、文献[13]的方法及本文方法进行对比,文献[13]提出了一种不含自适应律的非奇异终端滑模观测器的设计方法,本文将这种设计方法用来实现故障重构,并将仿真结果进行对比分析,结果如图 5、6 所示。

从图 5、6 的仿真结果可看出,与一阶滑模观测器相比,采用文献[13]的方法可以减小抖振对故障重构带来的影响,但由于观测器控制输入中没有添

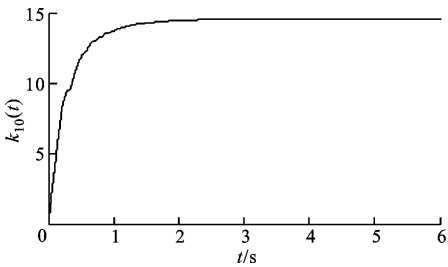
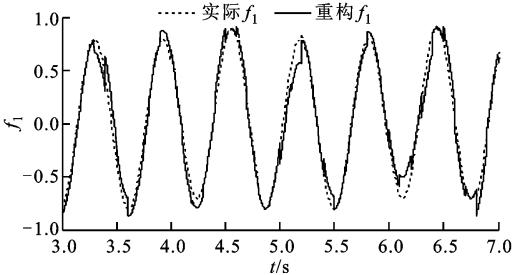
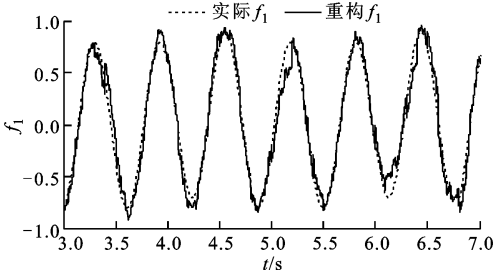


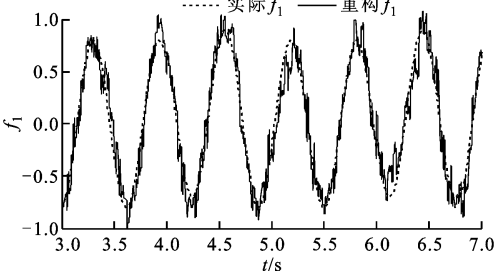
图 4 自适应律 $k_{10}(t)$ 的收敛曲线



(a)采用本文方法的故障重构波形



(b)采用文献[13]方法的故障重构波形



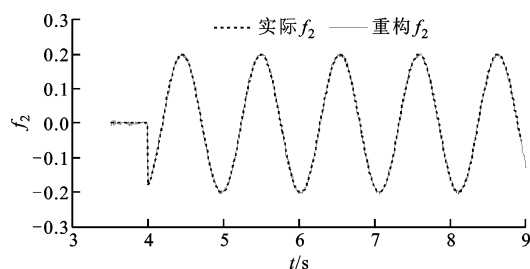
(c)采用一阶滑模观测器的故障重构波形

图 5 执行器 1 故障及重构信号的仿真波形

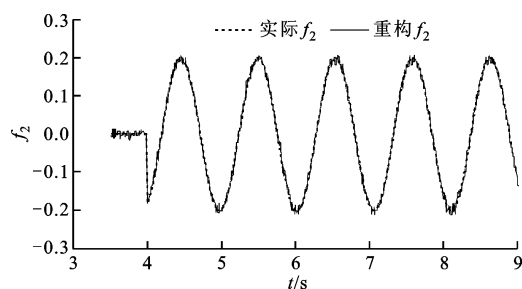
加自适应律,故针对上界未知故障的重构效果仍有一定的振荡误差,而本文方法则能克服这些不足。这说明采用本文设计的故障重构方法不但可以有效减低滑模抖振,而且针对变化率未知的执行器故障类型重构精度高,因而适用范围更广。

5 结 论

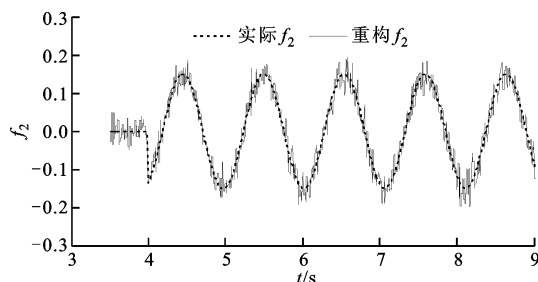
本文针对含有变化率上界未知执行器故障的非线性 Lipschitz 系统,研究了一种基于自适应高阶终



(a) 采用本文方法的故障重构波形



(b) 采用文献[13]方法的故障重构波形



(c) 采用一阶滑模观测器的故障重构波形

图6 执行器2故障及重构信号的仿真波形

端滑模观测器的执行器故障重构方法。首先引入了线性变换矩阵将原系统变换为两个子系统,其中一个子系统完全不受故障及干扰的影响,便于滑模观测器的设计;然后,针对变换后的系统,设计了二阶非奇异终端滑模观测器,考虑执行器故障上界未知的情形,在滑模控制输入中设计了自适应律,以确保滑模运动在有限时间内到达滑模面;最后,开展了仿真算例研究,并进行了对比分析,结果验证了本文方法的有效性。

参考文献:

- [1] 李娟,周东华,司小胜,等.微小故障诊断方法综述[J].控制理论与应用,2012,29(12):1517-1529.
LI Juan, ZHOU Donghua, SI Xiaosheng, et al. Review of incipient fault diagnosis methods [J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(12): 1517-1529.
- [2] ALWI H, EDWARDS C. Robust fault reconstruction for linear parameter varying systems using sliding

mode observers [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2013, 10(3): 1-22.

- [3] ZHU Fanglai, CEN Feng. Full-order observer-based actuator fault detection and reduced-order observer-based fault reconstruction for a class of uncertain nonlinear systems [J]. Journal of Process Control, 2010, 20(10): 1141-1149.
- [4] KOK Y N, CHEE P T, DENNY O. Disturbance decoupled fault reconstruction using cascaded sliding mode observers [J]. Automatica, 2012, 48(7): 794-799.
- [5] DHAHRI S, SELLAMI A, HMIDA F B. Robust H_∞ sliding mode observer design for fault estimation in a class of uncertain nonlinear systems with LMI optimization approach [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2012, 10(5): 1032-1041.
- [6] 朱芳来,岑峰,董学平.一种基于全维和降维观测器的故障检测和重构方法[J].控制与决策,2011,26(2):258-270.
ZHU Fanglai, CEN Feng, DONG Xueping. A kind of fault detection and fault reconstruction based on full-order and reduced-order observers [J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 258-270.
- [7] CAPISANI L M, FERRARA A, DE FERREIRA LOZA A, et al. Manipulator fault diagnosis via higher order sliding mode observers [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(10): 3979-3986.
- [8] RÍOS H, EDWARDS C, DAVILA J, et al. Fault detection and isolation for nonlinear systems via HOSM multiple observer [J]. IFAC Proceedings Volumes, 2012, 8(1): 534-539.
- [9] ALWI H, EDWARDS C. Application of second order sliding mode observers for fault reconstruction on the ADDSAFE benchmark [C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Reston, USA: AIAA, 2011: 1-24.
- [10] CHEN Weitian, SAIF M. Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding-mode robust differentiator [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(6): 413-426.
- [11] ALWI H, EDWARDS C. An adaptive sliding mode differentiator for actuator oscillatory failure case reconstruction [J]. Automatica, 2013, 49(2): 642-651.
- [12] TAN Cheepin, YU Xinghuo, MAN Zhihong. Terminal sliding mode observers for a class of nonlinear systems [J]. Automatica, 2010, 46(8): 1401-1404.
- [13] 袁雷,沈建清,肖飞,等.插入式永磁低速同步电机非奇异终端滑模观测器设计[J].物理学报,2013,62

- (3): 1-9.
- YUAN Lei, SHEN Jianqing, XIAO Fei, et al. Nonsingular terminal sliding-mode observer design for interior permanent magnet synchronous motor drive at very low-speed [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(3): 1-9.
- [14] 史宏宇, 冯勇. 感应电机高阶终端滑模磁链观测器的研究 [J]. *自动化学报*, 2012, 38(2): 288-294.
- SHI Hongyu, FENG Yong. High-order terminal sliding mode flux observer for induction motors [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(2): 288-294.
- [15] LEE D J, PARK Y J, PARK Y S. Robust H_∞ sliding mode descriptor observer for fault and output disturbance estimation of uncertain systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(11): 2928-2934.
- [16] 周丽, 姜长生, 都延丽. 一种基于反步法的鲁棒自适应终端滑模控制 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(6): 678-682.
- ZHOU Li, JIANG Changsheng, DU Yanli. A robust and adaptive terminal sliding mode control based on backstepping [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(6): 678-682.
- [17] DHAHRI S, HMIDA F B, SELLAM A, et al. Actuator fault reconstruction for linear uncertain systems using sliding mode observer [C] // 2009 International Conference on Signals, Circuits and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1-6.
- [18] YAN Xinggang, EDWARDS C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer [J]. *Automatica*, 2007, 43(9): 1605-1614.
- [19] YAN Xinggang, EDWARDS C. Robust sliding mode observer-based actuator fault detection and isolation for a class of nonlinear systems [J]. *International Journal of Systems Science*, 2008, 39(4): 349-359.

(编辑 赵炜)

(上接第13页)

- [4] BOYLE J T. The creep behavior of simple structures with a stress range-dependent constitutive model [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2012, 82(4): 495-514.
- [5] WU Qingliang, LÜ Aizhong, GAO Yongtao, et al. Stress analytical solution for plane problem of a double-layered thick-walled cylinder subjected to a type of non-uniform distributed pressure [J]. *Journal of Central South University*, 2014, 21(5): 2074-2082.
- [6] 吴庆良, 吕爱钟. 一类非均匀荷载作用下厚壁圆筒平面问题的应力解析解 [J]. *工程力学*, 2011, 28(6): 6-10, 18.
- WU Qingliang, LÜ Aizhong. Stress analytical solution for plane problem of a thick-walled cylinder subjected to a type of non-uniform distributed pressures [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(6): 6-10, 18.
- [7] 郑俊德, 张艳秋, 王文军, 等. 非均匀载荷下套管强度的计算 [J]. *石油学报*, 1998, 19(1): 119-123.
- ZHENG Junde, ZHANG Yanqiu, WANG Wenjun, et al. Calculation of casing strength under nonuniform loading [J]. *Acta Petrolei Sinica*, 1998, 19(1): 119-123.
- [8] 穆霞英. 蠕变力学 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989: 60-83.
- [9] 徐芝纶. 弹性力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 55-63.
- [10] 平修二. 金属材料的高温强度理论设计 [M]. 郭廷玮, 李安定, 徐介平, 译. 北京: 科学出版社, 1983: 259-265.
- [11] 机械设计手册编委会. 机械设计手册: 第5卷 [M]. 3版. 北京: 机械工业出版社, 2004: 31-33.
- [12] SIMMONS T E, CONTARINI A, GIANNI N. 油膜轴承变形和压力分析 [J]. *钢铁*, 2009, 44(3): 93-96.
- SIMMONS T E, CONTARINI A, GIANNI N, et al. Deflection and pressure analysis of oil film bearings [J]. *Iron and Steel*, 2009, 44(3): 93-96.
- [13] 王建梅, 薛亚文, 马立新, 等. 蠕变对巴氏合金 ZChSnSb11-6 力学性能和显微组织的影响 [J]. *中国有色金属学报*, 2014, 24(10): 2513-2518.
- WANG Jianmei, XUE Yawen, MA Lixin, et al. Influence of creep on mechanical properties and microstructures of Babbitt alloy ZChSnSb11-6 [J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2014, 24(10): 2513-2518.
- [14] GLADIUS L, SHAW K M. Creep constitutive model and component lifetime estimation: the case of niobium-modified 9Cr-1Mo steel weldments [J]. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2011, 20(7): 1310-1314.
- [15] 中国钢铁工业协会. GB/T 2039—2012 金属材料单轴拉伸蠕变试验方法 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2012.

(编辑 葛赵青)